

FUNCIÓN HOMOGRAFICA

1. Hallar el conjunto de negatividad de f , siendo $f(x) = \frac{x-6}{3-2x} + 2$.

2. Hallar dominio, conjunto imagen, intervalos de positividad y gráfico de:

$$f(x) = \frac{1}{x-4} + 5.$$

3. Indicar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x) = \frac{-2x-3}{x+2}$.

4. Hallar los puntos de intersección entre los gráficos de $f(x) = \frac{6864}{x+16}$ y $g(x) = 3x + 24$.

5. Hallar los valores reales de k y p para que la función $f(x) = \frac{kx-4}{1+px}$, tenga como asíntotas las rectas $x = \frac{1}{2}$ e $y = -\frac{3}{2}$.

6. Sea $f(x) = x - 1$ y $g(x) = \frac{6}{x}$. Hallar analíticamente las coordenadas de los puntos de intersección de los gráficos de $f(x)$ y $g(x)$.

7. Determinar $b \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x) = \frac{6x+5}{bx+1}$ tenga asíntota horizontal de ecuación $y = -3$. Para el valor de b encontrado escribir las ecuaciones de todas las asíntotas de $f(x)$.

8. Sea $f(x) = \frac{3x-a}{bx+4}$. Determinar a y b de manera que: $f(3) = 0$ y $A.H.: y = -2$.

9. Determinar analíticamente el o los puntos de intersección de $f(x) = \frac{2x-1}{-4x+2}$ con $g(x) = \frac{x-3}{x}$.

10. Determinar analíticamente el o los puntos de intersección de $f(x) = \frac{-2x+1}{x-1}$ con $g(x) = -4x^2 + 4x - 1$. Graficar ambas funciones.

RESPUESTAS

1. $C^- = \left(0; \frac{3}{2}\right)$

2. $Dom = R - \{4\}$, $Im = R - \{5\}$, $C^+ = \left(-\infty; \frac{19}{5}\right) \cup (4; \infty)$

3. $f(x)$ decrece en $(-\infty; -2)$ y en $(-2; \infty)$. Nunca crece

4. $P = (36; 132)$ y $Q = (-60; -156)$

5. $p = -2$ y $k = 3$

6. $P = (3; 2)$ y $Q = (-2; -3)$

7. $b = -2$; A. H. : $y = -3$; A. V. : $x = \frac{1}{2}$

8. $a = 9$; $b = -\frac{3}{2}$

9. $A = \left(2; -\frac{1}{2}\right)$

10. $S = \left\{ (0; -1); \left(\frac{1}{2}; 0\right); \left(\frac{3}{2}; -4\right) \right\}$

Función racional - Ecuaciones racionales

1. Dadas las siguientes funciones racionales:

$$g : D \longrightarrow R / g(x) = \frac{-x^3 - x^2 + 6x}{x^2 - 2x}$$

$$f : D \longrightarrow R / f(x) = \frac{3x^3 - x^2 - 3x + 1}{x - 1}$$

$$h : D \longrightarrow R / h(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 6x - 4}{x^4 - x^3 + 8x - 8} \text{ se pide:}$$

- a) Expresión simplificada y dar el dominio (D).
- b) Ecuaciones de las asíntotas (si existen).
- c) Conjunto imagen.
- d) Gráfico.

2. Dada la expresión de la función racional $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x - 3}$, se pide:

- a) Determinar dominio, conjunto de positividad, intervalo de crecimiento e imagen de f.
- b) Determinar los valores de $x \in R / f(x) \leq 5$.

3. Hallar A y B para que se cumpla la siguiente igualdad:

$$\frac{3x^2 - 12x - 6}{(x - 2)(x + 1)^2} = \frac{-2}{x - 2} + \frac{A}{(x + 1)^2} + \frac{B}{x + 1}$$

4. Resolver las siguientes ecuaciones racionales:

$$a) \frac{x}{2x - 6} - \frac{3}{x^2 - 6x + 9} = \frac{x - 2}{3x - 9}$$

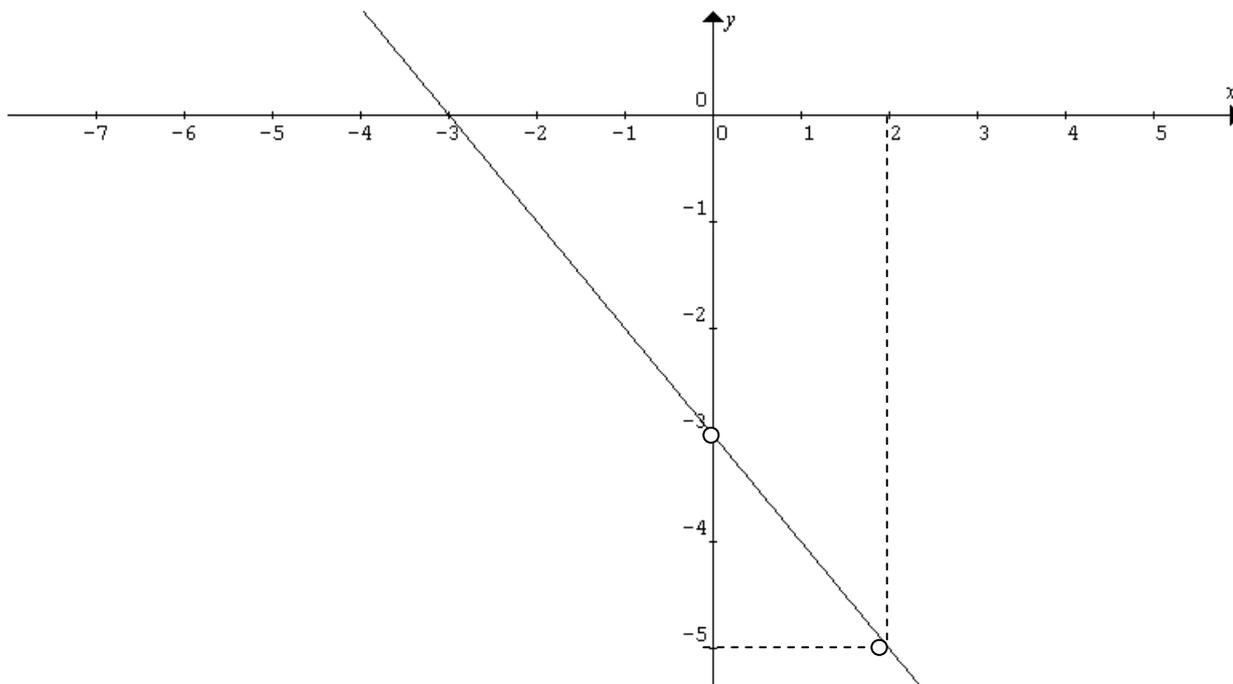
$$b) \frac{2(x + 1)}{x - 2} + \frac{5}{x + 4} = \frac{36}{x^2 + 2x - 8}$$

$$c) \frac{3x}{2x + 1} = \frac{x + 5}{x + 1} + \frac{x - 19}{2x^2 + 3x + 1}$$

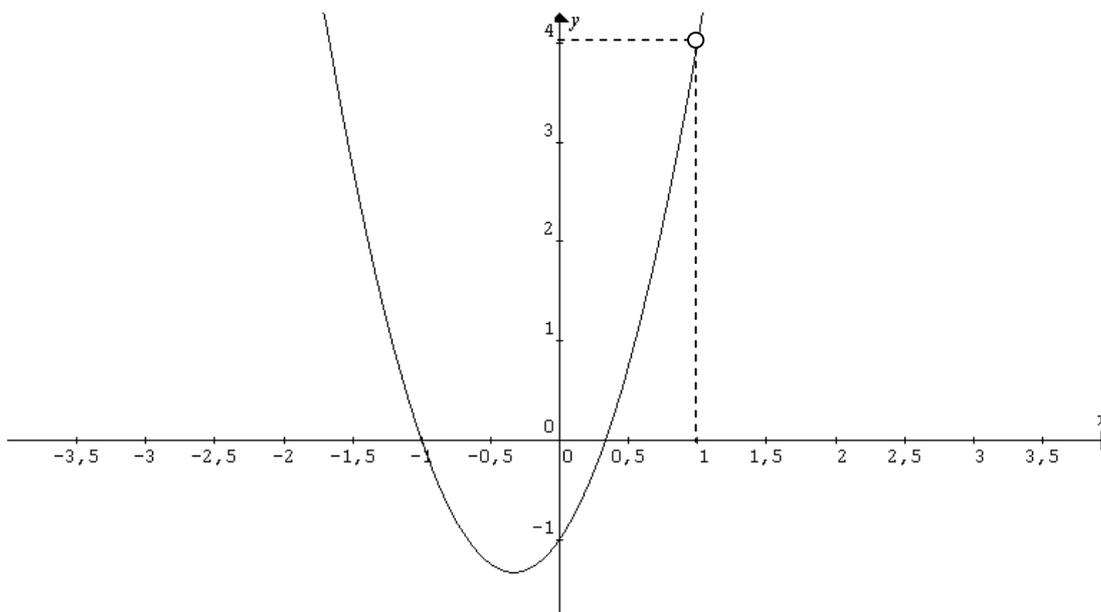
$$d) \frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{x + 2}{x^3 - 2x^2} = \frac{2}{x^2 + 2x}$$

RESPUESTAS

1. $g : \mathbb{R} - \{0;2\} \longrightarrow \mathbb{R} / g(x) = -x - 3$; no tiene asíntotas; $\text{Im}(g) = \mathbb{R} - \{-5;-3\}$

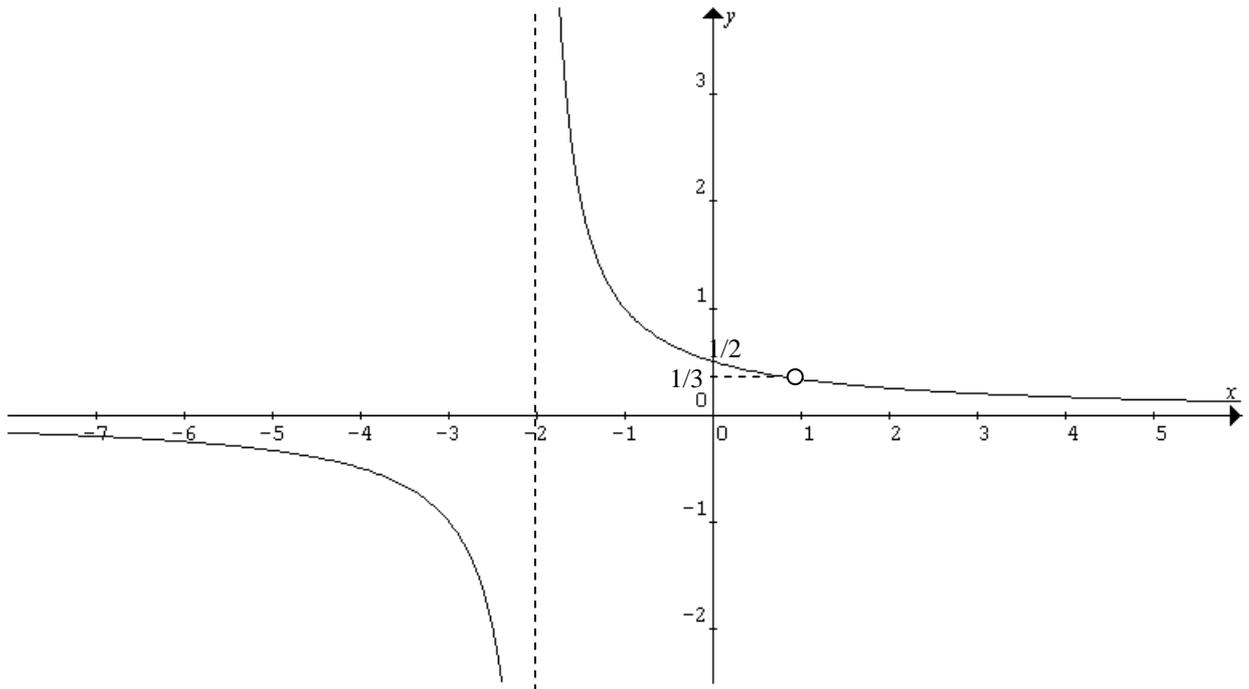


$f : \mathbb{R} - \{1\} \longrightarrow \mathbb{R} / f(x) = 3x^2 + 2x - 1$, no tiene asíntotas, $\text{Im}(f) = \left[-\frac{4}{3}; +\infty \right)$



$h : \mathbb{R} - \{-2;1\} \longrightarrow \mathbb{R} / h(x) = \frac{1}{x+2}$; asíntotas: $x = -2$ (asíntota vertical), $y = 0$ (asíntota horizontal)

$$\text{Im}(h) = \mathbb{R} - \left\{0; \frac{1}{3}\right\}$$



2. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{3\}$ $\mathcal{C}^+(f) = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ $I \nearrow = (1; 3) \cup (3; +\infty)$

$\text{Im}(f) = [-4; +\infty)$ b) $[-2; 3) \cup (3; 4]$

3. A = -3 B = 5

4. a) $\mathcal{S} = \{-6; 5\}$ b) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{19}{2}\right\}$ c) $\mathcal{S} = \{2; 7\}$ d) $\mathcal{S} = \emptyset$