6

Sistemas de ecuaciones

Objetivos

En esta quincena recordarás la resolución de sistemas de ecuaciones y aprenderás a resolver también algunos sistemas de inecuaciones. Cuando la hayas estudiado deberás ser capaz de:

- Resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas por los distintos métodos.
- Identificar el número de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Utilizar los sistemas de ecuaciones para plantear y resolver problemas
- Resolver sistemas de inecuaciones con una incógnita

Antes de empezar

Los sistemas de ecuaciones lineales ya fueron resueltos por los babilonios, los cuales llamaban a las incógnitas con palabras tales como longitud, anchura, área o volumen, sin que tuviera relación con problemas de medida.

Un ejemplo tomado de una tablilla babilónica plantea la resolución de un sistema de ecuaciones en los siguientes términos:

1/4 anchura + longitud = 7 manos
longitud + anchura = 10 manos

En nuestra notación el sistema es:

Anchura: x
Longitud: y
Manos: t

$$x+4y=28t$$
$$x+y=10t$$

Restando la primera de la segunda se obtiene: $3y=18t$

Luego: $y = 6t$
$x = 4t$

1. Sistemas de ecuaciones lineales

Ecuación lineal con dos incógnitas

Una ecuación de primer grado se denomina **ecuación lineal**.

Una **ecuación lineal con dos incógnitas** es una igualdad algebraica del tipo: **ax+by=c**, donde **x** e **y** son las incógnitas, y **a**, **b** y **c** son números conocidos

Una **solución de una ecuación lineal** con dos incógnitas es un par de valores (x_i,y_i) que hacen cierta la igualdad.

Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones y si las representamos forman una recta

$$3x + y = 12$$

Coeficiente de x= 3, Coeficiente de y= 1

Término independiente =12

Una solución de la ecuación es:

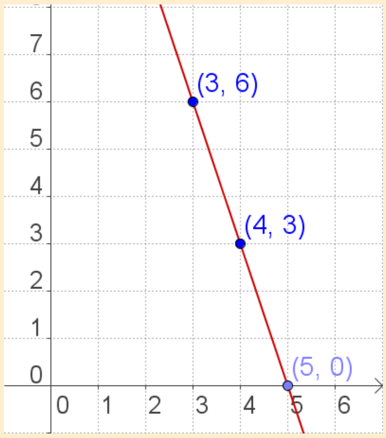
$x=1 \quad y=9$

Observa que $3\cdot(1)+9=12$

Para obtener más soluciones se da a x el valor que queramos y se calcula la y

$$x = 0 \rightarrow y = 12 - 3\cdot 0 = 12$$
$$x = 1 \rightarrow y = 12 - 3\cdot 1 = 9$$
$$x = 2 \rightarrow y = 12 - 3\cdot 2 = 6$$
$$x = 3 \rightarrow y = 12 - 3\cdot 3 = 3$$

Si representamos los puntos en un sistema de ejes coordenados forman una recta:



Sistemas de ecuaciones lineales

Un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** está formado por dos ecuaciones lineales de las que se busca una solución común.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2 son números reales

Dos sistemas con la misma solución se dicen **equivalentes**

Una **solución de un sistema de dos ecuaciones lineales** con dos incógnitas es un par de valores (x_i,y_i) que verifican las dos ecuaciones a la vez. **Resolver el sistema** es encontrar una solución.

Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

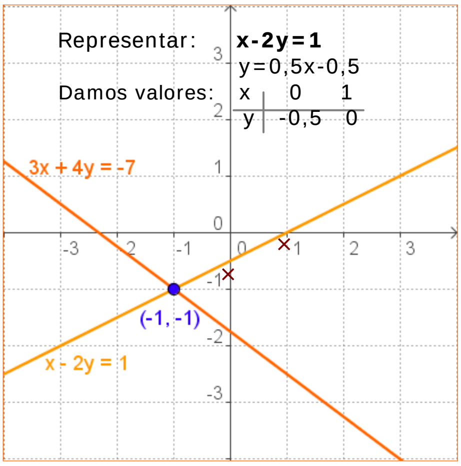
$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + 4y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

Es una solución del sistema anterior

$$\begin{cases} 2(1) + 3(4) = 2 + 12 = 14 \\ 3(1) + 4(4) = 3 + 16 = 19 \end{cases}$$

Clasificación de sistemas



Recuerda cómo se representan las rectas en el plano.

Observa cómo son los coeficientes de las dos ecuaciones en cada caso:

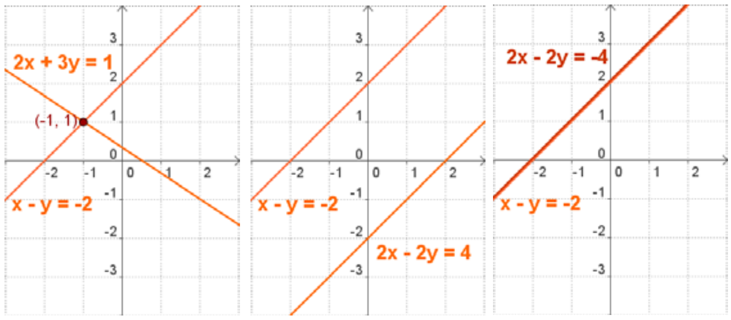
Si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ las rectas son paralelas

y son coincidentes si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

En un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, cada ecuación representa una recta en el plano. Discutir un sistema es estudiar la situación de estas rectas en el plano, que pueden ser:

- Secantes, el sistema tiene solución única, se llama **Compatible Determinado**.
- Coincidentes, el sistema tiene infinitas soluciones, es **Compatible Indeterminado**
- Paralelas, el sistema no tiene solución, se llama **Incompatible.**

COMPATIBLE DETERMINADO | **INCOMPATIBLE** | **COMPATIBLE INDETERMINADO**



2. Resolver sistemas

Para resolver un sistema de ecuaciones utilizamos cualquiera de los tres métodos siguientes:

Método de sustitución

Consiste en despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones y sustituir la expresión obtenida en la otra ecuación, se llega así a una ecuación de primer grado con una sola incógnita; hallada ésta se calcula la otra.

Método de igualación

Consiste en despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones e igualar las expresiones obtenidas. De nuevo obtenemos una ecuación de primer grado con una sola incógnita.

Método de reducción

Consiste en eliminar una de las incógnitas sumando las dos ecuaciones. Para ello se multiplica una de las ecuaciones o ambas por un número de modo que los coeficientes de x o de y sean iguales y de signo contrario.

Resolver: $\begin{cases} 3x + 4y = -7 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

Por **SUSTITUCIÓN**
Despejamos x en la 2ª ecuación y sustituimos en la 1ª: $x=1+2y$

$$3(1+2y)+4y=-7$$
$$3+6y+4y=-7 \Rightarrow 10y=-10$$
$$y=-1$$
$$x=1+2\cdot(-1)=-1$$

Por **IGUALACIÓN**
Despejamos x en ambas ecuaciones e igualamos: $\frac{-4y-7}{3} = 1+2y$

$$-4y-7=3(1+2y)$$
$$-4y-6y=3+7 \Rightarrow -10y=10$$
$$y=-1$$
$$x=-1$$

Por **REDUCCIÓN**

$$3x+4y=-7$$
Multiplicamos por 2 → $2x-4y=2$

Sumando: $5x \quad = -5$

Luego: $x=-1$

Y sustituyendo: $y=-1$

EJERCICIOS resueltos

1. Dado el sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 17 \\ 5x - y = 11 \end{cases}$, razona si los siguientes pares son solución.

a) x=3 , y=4   Sol: Si es solución $\begin{cases} 3(3) + 2(4) = 9 + 8 = 17 \\ 5(3) - (4) = 15 - 4 = 11 \end{cases}$

b) x=5 , y=1   Sol: No es solución $\begin{cases} 3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17 \\ 5(5) - (1) = 25 - 1 = 24 \# 11 \end{cases}$

c) x=3 , y=1   Sol: Si es solución $\begin{cases} 3(3) + 2(1) = 9 + 2 = 11 \# 17 \\ 5(3) - (1) = 15 - 1 = 14 \# 11 \end{cases}$

2. Escribe un sistema de dos ecuaciones cuya solución sea:

a) x=1 , y=2   Sol: $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$

b) x=3 , y=1   Sol: $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

c) x=2 , y=3   Sol: $\begin{cases} 3x + 5y = 21 \\ x - 4y = -10 \end{cases}$

3. Haz una tabla de valores y da la solución del sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$

Sol: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

$3x + 2y = 8 \rightarrow$

x	−2	−1	0	1	2
y	7	11 / 2	4	5 / 2	1

$5x - y = 9 \rightarrow$

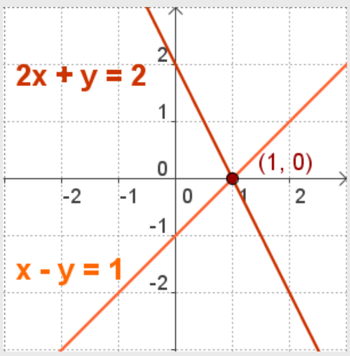
x	−2	−1	0	1	2
y	−19	−14	−9	−4	1

4. Escribe una ecuación para completar con la x – y = 1, un sistema que sea:

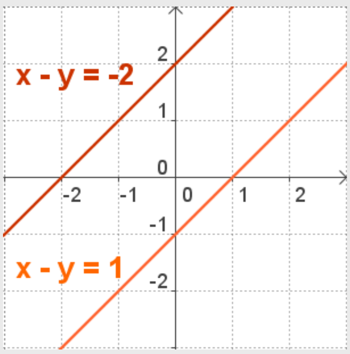
a) Compatible determinado

b) Incompatible

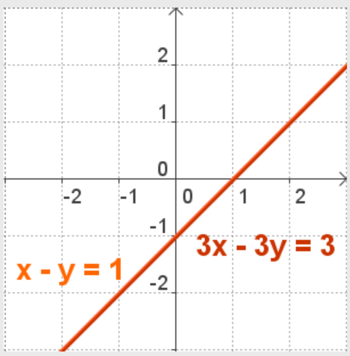
c) Compatible indeterminado



a) Por ejemplo 2x + y = 2



b) Por ejemplo, 2x – 2y = -3



c) Por ejemplo, 3x – 3y = 3

EJERCICIOS resueltos

5. Resuelve por sustitución:

a) $\begin{cases} x + 4y = -25 \\ -10x - 5y = 5 \end{cases}$

Despejamos x en la 1ª ecuación

x=-25-4y sustituimos en la 2ª

-10(-25-4y)-5y=5 ⇒ 250+40y-5y=5

35y=-245 ⇒ y=-7

x=-25·4·(-7)=3

b) $\begin{cases} 3x + 5y = 45 \\ -4x - y = -43 \end{cases}$

Despejamos y en la 2ª ecuación

y=-4x+43 sustituimos en la 1ª

3x+5(-4x+43)=45 ⇒ 3x-20x+215=45

-17x=-170 ⇒ x=10

y=-4·10+43=3

6. Resuelve por igualación:

a) $\begin{cases} -4x + y = 20 \\ 6x - 9y = 0 \end{cases}$ $\quad y = 20 + 4x$, $\quad y = 6x / 9$

$20 + 4x = \dfrac{6x}{9}$ ⇒ 180+36x=6x

30x=-180 ⇒ x=-6

y=-36/9=-4

b) $\begin{cases} -3x - 4y = 31 \\ 5x - 9y = 11 \end{cases}$ $\quad x = (31 + 4y) / -3$, $\quad x = (11 + 9y) / 5$

$\dfrac{31 + 4y}{-3} = \dfrac{11 + 9y}{5}$ ⇒ 5(31+4y)=-3(11+9y)

155+20y=-33-27y ⇒ 47y=-188 ⇒ y=-4

x=(11-36)/5=-5

7. Resuelve por reducción:

a) $\begin{cases} 5x - 10y = 25 \\ 8x + 2y = 4 \end{cases}$

5x −10y=25

Se multiplica por 5 → 40x+10y=20

Sumando: 45x =45

x=1 y=-2

b) $\begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 7x + 8y = 37 \end{cases}$

Se multiplica por -7 → -35x-21y=-147

Se multiplica por 5 → 35x+40y= 185

Sumando: 19y= 38

y=2 x=3

8. Resuelve: $\begin{cases} 3(x + 3) = y + 10 \\ x + 2(y + 1) = 7 \end{cases}$

Se quitan paréntesis y se reorganiza cada ecuación, quedando el sistema equivalente:

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

que resolvemos por sustitución: x+2(3x-1)=5 x+6x-2 =5 7x = 7 x=1 y=2

9. Resuelve $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{5} = \dfrac{22}{15} \\ 7x - 7y = 28 \end{cases}$

quitando denominadores y simplificando la 2ª ecuación, el sistema se convierte en uno equivalente.

$$\boxed{\begin{cases} 5x - 3y = 22 \\ x - y = 4 \end{cases}}$$

Por REDUCCIÓN:

$$\begin{array}{rcl} 5x - 3y &=& 22 \\ -3x + 3y &=& -12 \\ \hline 2x &=& 10 \end{array} \Rightarrow x=5 \quad y=1$$

3. Aplicaciones prácticas

Resolución de problemas

Para resolver un problema mediante un sistema, hay que traducir al lenguaje algebraico las condiciones del enunciado y después resolver el sistema planteado.

Comienza por leer detenidamente el enunciado hasta asegurarte de que comprendes bien lo que se ha de calcular y los datos que te dan.

Una vez resuelta el sistema no te olvides de dar la solución al problema.

Recuerda los pasos:

- Comprender el enunciado
- Identificar las incógnitas
- Traducir a lenguaje algebraico
- Plantear las ecuaciones
- Resolver el sistema
- Comprobar la solución

✓ *María y su hija Sara tienen en la actualidad 56 años entre las dos. Si dentro de 18 años Sará tendrá 5 años más que la mitad de la edad de su madre, ¿qué edad tiene actualmente cada una?.*

SOLUCIÓN

Llamamos **x** a la edad de María.
y a la edad de Sara

La suma de las edades es 56: x+y=56

Dentro de 18 años tendrán x+18, y+18

Y entonces la edad de Sara será y+18=5+(x+18)/2

El sistema es:

$$\begin{cases} x+y=56 \\ y+18=5+\dfrac{x+18}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=56 \\ -x+2y=-8 \end{cases}$$

Por Reducción: 3y = 48 y=16
x= 56 – 16 = 40

Solución: María tiene 40 años
Sara tiene 16 años

Comprobación: 40+16=56
Dentro de 18 años tendrán 58 y 34, 34=5+ 58/2

✓ *Una parcela rectangular tiene un perímetro de 240 m, si mide el triple de largo que de ancho, ¿cuáles son las dimensiones de la parcela?.*

SOLUCIÓN

Llamamos **x** al ancho de la parcela
y al largo de la parcela

El largo es el triple del ancho: y=3x

El perímetro es: 2x+2y=240

El sistema es: $\begin{cases} y=3x \\ x+y=120 \end{cases}$

Por sustitución: x+3x=120 4x=120 x=30 m
y=90

Solución: Ancho = 30 m
Largo = 90 m

Comprobación: 90=3·30
2·90+2·30=240

EJERCICIOS resueltos

10. Jorge tiene en su cartera billetes de 10€ y 20€, en total tiene 20 billetes y 440€ ¿Cuántos billetes tiene de cada tipo?

$$\begin{array}{l} x: \text{Billetes de } 50\,€ \\ y: \text{Billetes de } 10\,€ \end{array} \rightarrow \begin{cases} x+y=20 \\ 50x+10y=440 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=20 \rightarrow y=20-x \\ 5x+y=44 \rightarrow y=44-5x \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 20-x=44-5x \rightarrow 4x=24 \rightarrow x=6 \\ y=20-x=20-6=14 \end{array} \rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=14 \end{cases}$$

Tiene 6 billetes de 50 € y 14 billetes de 10 €

11. En un examen de 100 preguntas Ana ha dejado sin contestar 9 y ha obtenido 574 puntos. Si por cada respuesta correcta se suman 10 puntos y por cada respuesta incorrecta se restan 2 puntos, ¿cuántas ha contestado bien y cuántas mal?.

x: nº de respuestas correctas, y: nº de respuestas incorrectas,
en total responde 100-9=91 preguntas.

$$\begin{cases} x+y=91 \\ 10x-2y=574 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{rl} 2x+2y &= 182 \\ 10x-2y &= 574 \\ 12x \quad &= 756 \end{array}$$

$\rightarrow$ x=63 preguntas bien y=91-63=28 mal

12. En una curso hay 70 alumnos matriculados. En el último examen de Matemáticas han aprobado 39 alumnos, el 70% de las chicas y el 50% de los chicos. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en el curso? (50 y 20)

x: chicas y: chicos en total hay 70: x+y=70
aprueban 39: 0,7x+0,5y=39

$$\begin{cases} x+y=70 \\ 7x+5y=390 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{rl} -5x-5y &= -350 \\ 7x+5y &= 390 \\ 2x \quad &= 40 \end{array}$$

$\rightarrow$ x=20 chicas
y=50 chicos

13. Al dividir un número entre otro el cociente es 2 y el resto es dos. Si la diferencia entre el dividendo y el divisor es 54, ¿de qué números se trata?.

Dividendo: x Divisor: y x – y = 54
Dividendo=divisor · cociente + resto x = 2y+2

$$\begin{cases} x-y=54 \\ x=2y+2 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} 2y+2-y=54 \rightarrow y=52 \\ x=2\cdot 52+2=106 \end{array}$$

3. Sistemas de inecuaciones con una incógnita

Resolución

Un sistema de inecuaciones con una incógnita está formado por dos o más inecuaciones con una incógnita.

Para resolver un sistema de inecuaciones con una incógnita se resuelve cada inecuación por separado y se busca la intersección de todas las soluciones.

La solución será un intervalo, una semirrecta o puede ocurrir que no haya solución.

$x \le a$ $x < b$	Sol: [a, b)	
$x > a$ $x > b$	Sol: (b, +∞)	
$x > a$ $x \le b$	Sin solución	

$$\begin{cases} 3x - 12 > -3x \\ 3x + 15 \ge 8x \end{cases}$$

Cada inecuación por separado:

$3x - 12 > -3x$	$3x + 15 \ge 8x$
$3x + 3x > 12$	$3x - 8x \ge -15$
$6x > 12$	$-5x \ge -15$
$x > 2$	$x \le 3$

Solución:

(2, 3]

EJERCICIOS resueltos

14. Resuelve: $\begin{cases} 16x - 9 < 19x \\ 15x + 20 \ge 5x \end{cases}$

$16x - 9 < 19x \;\rightarrow\; 16x - 19x < 9 \;\rightarrow\; -3x < 9 \;\rightarrow\; x > -3$

$15x + 20 \ge 5x \;\rightarrow\; 15x - 5x \ge -20 \;\rightarrow\; 10x \ge -20 \;\rightarrow\; x \ge -2$

Sol: [-2, +∞)

15. Resuelve: $\begin{cases} -11x < 3x - 28 \\ 14x + 42 \ge 16x \end{cases}$

$-11x < 3x - 28 \;\rightarrow\; -11x - 3x < -28 \;\rightarrow\; -14x < -28 \;\rightarrow\; x > 2$

$14x + 12 \ge 16x \;\rightarrow\; 14x - 16x \ge -12 \;\rightarrow\; -2x \ge -12 \;\rightarrow\; x \le 6$

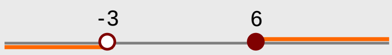
Sol: (2, 6]

16. Resuelve: $\begin{cases} 3(2x + 5) < x \\ 13x \le 16x - 18 \end{cases}$

$3(2x + 5) < x \;\rightarrow\; 6x + 15 < x \;\rightarrow\; 5x < -15 \;\rightarrow\; x < -3$

$13x \le 16x - 18 \;\rightarrow\; 13x - 16x \le -18 \;\rightarrow\; -3x \le -18 \;\rightarrow\; x \ge 6$

Sin solución



Para practicar

1. Calcula el valor de c para qué la solución de la ecuación, $x + 7y = c$ sea:

a) $x = 1$, $y = 2$

b) $x = 3$, $y = -3$

c) $x = 5$, $y = 0$

d) $x = -2$, $y = 3$

2. Halla una solución (x,y) de la ecuación $-4x + y = 17$ sabiendo que:

a) $x = 1$

b) $y = -7$

3. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución:

a) $x = 4$, $y = -3$

b) $x = 1$, $y = -2$

c) $x = 0$, $y = 5$

d) $x = 1$, $y = 1$

4. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que:

a) tenga infinitas soluciones

b) tenga una sola solución

c) no tenga solución

5. Razona si el punto (x,y) es solución del sistema:

a) $x = 3$, $y = 4 \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$

b) $x = 1$, $y = 2 \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$

6. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$

7. Resuelve por reducción:

a) $\begin{cases} 2x + y = 15 \\ x - 2y = -15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -7x + 6y = -29 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$

8. Resuelve por sustitución:

a) $\begin{cases} x - 12y = 1 \\ -4x - 9y = 15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ -9x + 2y = -83 \end{cases}$

9. Resuelve por igualación:

a) $\begin{cases} x - 2y = 17 \\ 7x - 6y = 47 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 4y = 32 \\ x - 3y = -17 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = -14 \\ x + 4y = 4 \end{cases}$

10. Resuelve los siguientes sistemas por el método que consideres más adecuado:

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{5} - \dfrac{y}{4} = -\dfrac{3}{5} \\ 4x - 2y = 12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{x}{4} - \dfrac{y}{8} = \dfrac{-3}{8} \\ 8x + 5y = 33 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = \dfrac{8}{3} \\ 7x + 3y = 34 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dfrac{x}{9} - \dfrac{y}{2} = \dfrac{4}{9} \\ 5x - 7y = 20 \end{cases}$

11. Hallar dos números sabiendo que el mayor más seis veces el menor es igual a 62 y el menor más cinco veces el mayor es igual a 78.

12. Dos números suman 241 y su diferencia es 99. ¿Qué números son?

13. Pedro tiene 335 € en billetes de 5€ y de 10€; si en total tiene 52 billetes, ¿cuántos tiene de cada clase?.

14. En un hotel hay 67 habitaciones entre dobles y sencillas. Si el número total de camas es 92, ¿cuántas habitaciones hay de cada tipo?.

15. Se desea mezclar vino de 1 €/litro con vino de 3 €/litro para obtener una mezcla de 1,2 €/litro. ¿Cuántos litros deberemos poner de cada precio para obtener 2000 litros de mezcla?.

16. En un almacén hay dos tipos de lámparas, las de tipo A que utilizan 2 bombillas y las de tipo B que utilizan 7 bombillas. Si en total en el almacén hay 25 lámparas y 160 bombillas, ¿cuántas lámparas hay de cada tipo?.

17. En un parque de atracciones subir a la noria cuesta 1 € y subir a la montaña rusa 4 €. Ana sube un total de 13 veces y gasta 16 €, ¿cuántas veces subió a cada atracción?.

18. En un corral hay ovejas y gallinas en número de 77 y si contamos las patas obtenemos 274 en total. ¿Cuántas ovejas y cuántas gallinas hay?

19. Encuentra un número de dos cifras sabiendo que la suma de éstas es 7 y la diferencia entre el número y el que resulta al intercambiarlas es 27.

20. La suma de las edades de Luisa y de Miguel es 32 años. Dentro de 8 años la edad de Miguel será dos veces la edad de Luisa. ¿Qué edades tienen ambos?

21. María ha comprado un pantalón y un jersey. Los precios de estas prendas suman 77€, pero le han hecho un descuento del 10% en el pantalón y un 20% en el jersey, pagando en total 63'6€.¿Cuál es el precio sin rebajar de cada prenda

22. Halla dos números tales que si se dividen el primero por 3 y el segundo por 4, la suma de los cocientes es 15, mientras si se multiplica el primero por 2 y el segundo por 5 la suma de los productos es 188.

23. Resuelve los sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} -3x < 2(-6x+8) \\ -16x-31 \le -5x \end{cases}$ b) $\begin{cases} -9x \ge 12x-28 \\ 6(x+5) < 2x \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2-3x \le 0 \\ 2x-56 < 11x \end{cases}$ d) $\begin{cases} 16x-39 < 5x \\ -4x \ge 12x-15 \\ 6(2x+7) \le 2x \end{cases}$

24. Rosa quiere comprar globos y serpentinas para adornar la fiesta de fin de curso. Quiere comprar doble número de paquetes de globos que de serpentinas y no quiere comprar menos de 30 paquetes de globos. Si el paquete de serpentinas vale 4€ y el de globos 3€, y además no quiere gastar más de 248€. ¿Cuántos paquetes de serpentinas puede comprar?.

25. La piscina del edificio A es un cuadrado y la del edificio B un rectángulo, uno de cuyos lados mide lo mismo que el del cuadrado y otro 6 m. Para qué medidas del lado del cuadrado el perímetro de la piscina del edificio A es mayor que el de la piscina del edificio B.

26. Pedro tiene 87 € para comprar todos los discos de su cantante preferido. Si cada disco costase 23 € no tendría suficiente dinero, pero si costase 15 € entonces le sobraría. ¿Cuántos discos tiene el cantante?.

Para saber más

Sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Un sistema de inecuaciones con dos incógnitas, esta formado por dos ó más inecuaciones con dos incógnitas.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y < c_1 \\ a_2x + b_2y < c_2 \end{cases}$$

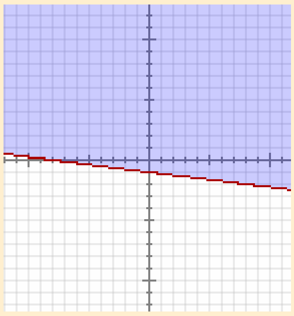
Se resuelve gráficamente.

Para representar gráficamente la solución de un sistema de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas, se representa el semiplano solución de cada inecuación y se toma la intersección de todos los semiplanos representados

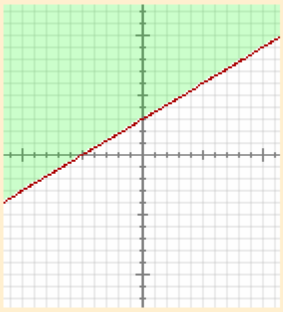
$$\begin{cases} x + 8y > -8 \\ -3x + 15y > 15 \end{cases}$$

Se resuelve por separado cada inecuación:

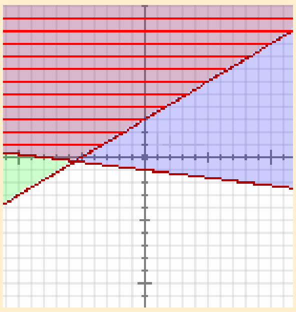
x+8y>-8



-3x+5y>15



La solución es la zona común a las dos soluciones, la zona rayada en rojo



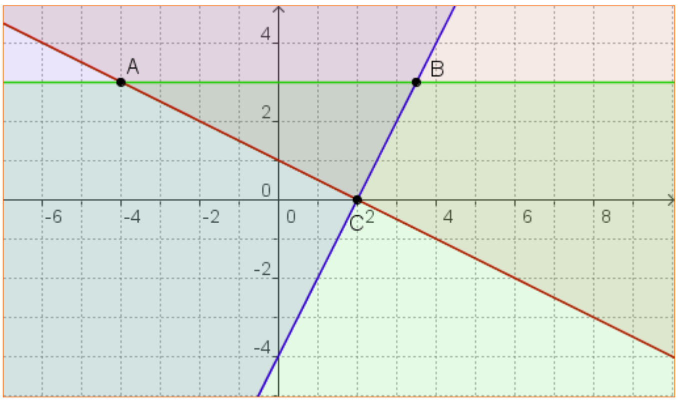
OTRO EJEMPLO

$x + 2y - 2 \geq 0$

$2x - y - 4 \leq 0$

$y - 3 \leq 0$

La solución es el triángulo de vértices ABC, común a las tres zonas



Recuerda lo más importante

Sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas

Viene dado por la expresión:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

a, **b**, **p** ,**q** son los coeficientes
c y **r** son los términos independientes

Métodos de solución

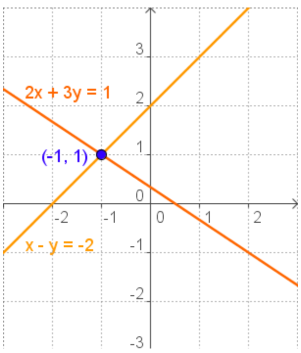
- Reducción
- Sustitución
- Igualación

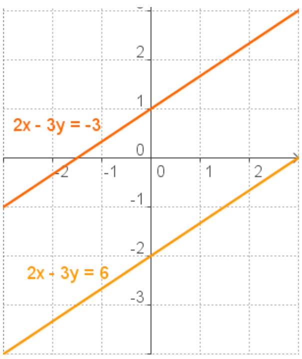
Clasificación

- **Sistema Compatible Determinado**
El que tiene una única solución

- **Sistema Compatible Indeterminado**
El que tiene infinitas soluciones

- **Sistema Incompatible**
El que no tiene solución





Sistemas de inecuaciones con una incógnita

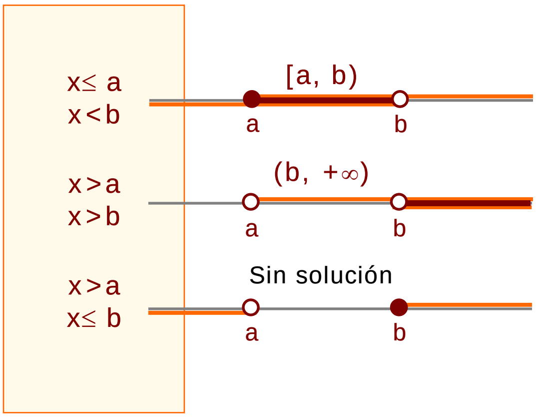
La solución de una inecuación es un conjunto de puntos de R. Será de alguna de estas formas:

$$x > a \to (-\infty, a)$$
$$x \leq a \to (-\infty, a]$$
$$x > \to (a, +\infty)$$
$$x \geq \to [a, -\infty)$$

Dos ó más inecuaciones lineales con una incógnita forman un **sistema de inecuaciones lineales**.

Para **resolver** un sistema de inecuaciones con una incógnita se resuelve cada una por separado.

La solución del sistema es la **intersección** de todas las soluciones.



Para resolver problemas

- ✓ Comprender el enunciado.
- ✓ Identificar las incógnitas.
- ✓ Traducir al lenguaje algebraico.
- ✓ Resolver el sistema.
- ✓ Comprobar las soluciones.

Autoevaluación

1. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya única solución sea: x=5 , y=-9

2. Halla el valor de a para qué el sistema siguiente sea compatible indeterminado.

$$\begin{cases} ax - 6y = 3 \\ -12x - 24y = -12 \end{cases}$$

3. Resuelve el sistema: $\begin{cases} 11x - 4 \le 12x \\ -2x + 14 \ge 5x \end{cases}$

4. Escribe una solución de la ecuación: $-x + 2y = 4$

5. Resuelve por reducción: $\begin{cases} 3x + y = 13 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

6. Resuelve por sustitución: $\begin{cases} 3x + 4y = 18 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$

7. Resuelve por igualación: $\begin{cases} x + 4y = 23 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$

8. Halla dos números cuya diferencia sea 18 y su media aritmética sea 124

9. Indica qué tipo de sistema es: $\begin{cases} 2x + 10y = 56 \\ x + 5y = 28 \end{cases}$

10. Halla las dimensiones de un rectángulo de perímetro 692 cm si la base mide 40 cm menos que la altura.

Soluciones de los ejercicios para practicar

1. a) 15 b) -18
c) 5 d) 19

2. a) x = 1 y = 21
b) x = –6 y = –7

3. a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$
c) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

4. a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

5. a) no b) si

6. a) Hay infinitas soluciones
b) x = 5 y = 3

7. a) x = 3 y = 9
b) x = 5 y = 1

8. a) x = –3 y = –1 / 3
b) x = 9 y = –1

9. a) x = –1 y = –9
b) x = 4 y = 7

10. a) x=7 y=8 b) x=1 y=5
c) x=4 y=2 d) x=4 y=0

11. 14 y 8

12. 170, 71

13. 80 y 320

14. 15 de 10€ y 37 de 5€

15. 25 dobles y 42 sencillas

16. 1800 litros de 1€ y 200 litros de 3€

17. 3 de tipo A y 22 de tipo B

18. 12 veces a la noria y 1 a la montaña

19. 17 gallinas y 60 ovejas

20. El nº 52

21. El pantalón 20€ y el jersey 57€

22. Luisa tiene 8 y Miguel 24 años

23. a) [31/11, 16/9) b) (-∞, -15/2]
c) [0, 3] d) (-∞, -21/5]

24. entre 15 y 24

25. x>6

26. entre 4 y 5 discos

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. $\begin{cases} x + y = -4 \\ x - y = 14 \end{cases}$

2. a=-3

3. [-4,2]

4. x=0 y=2

5. x=4 y=1

6. x=2 y=3

7. x=3 y=5

8. 133 y 115

9. SCI

10. base=153 altura=193